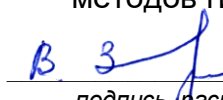


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических  
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)  
подпись, расшифровка подписи  
18.03.2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.09 Алгебра

- 1. Шифр и наименование направления подготовки:**  
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:** Математическое и компьютерное моделирование
- 3. Квалификация выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики
- 6. Составители программы:** доцент, к.ф.-м.н. Турбин Михаил Вячеславович
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 18.03.2025 г.
- 8. Учебный год:** 2025-2026 **Семестр(-ы):** 1, 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является освоение основных понятий и фактов алгебры, овладение основными методами решения задач.

Задачами учебной дисциплины являются:

- ознакомление с основными алгебраическими понятиями и фактами;
- овладение основными методами решения задач;
- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач алгебры и других математических дисциплин.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Алгебра» относится к Блоку 1 Обязательной части, т.е. является обязательной дисциплиной для изучения обучающимися.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по школьной программе.

Студент должен свободно владеть материалами школьной программы.

## 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

| Код   | Название компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Код(ы)  | Индикатор(ы)                                                                                                         | Планируемые результаты обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 | Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 | Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук                           | Знать: концептуальные основы методов решения задач в предметной области; основные методы доказательства математических утверждений<br>Уметь: формулировать постановки основных задач алгебры, в том числе в проективных пространствах, формулировать и доказывать теоремы существования, единственности, корректной постановки задач алгебры.<br>Владеть: теоретическими подходами к решению задач алгебры; навыками работы в информационных современных системах |
|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ОПК-1.2 | Умеет использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности | Знать: зарубежную и отечественную литературу в области алгебры, общие формы закономерности теории алгебры<br>Уметь: использовать методы, способы решения задач в предметной области<br>Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами                                                                                                                                                                                  |
|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ОПК-1.3 | Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний               | Знать: методы решения задач в области алгебры<br>Уметь: выбирать концептуальные методы решения алгебраических задач<br>Владеть: методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в области алгебры                                                                                                                                                                                                                                      |

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 15 / 540.

Форма промежуточной аттестации: зачёт, экзамен

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы:

|                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| Вид учебной работы | Трудоемкость (часы) |
|--------------------|---------------------|

|                        | Всего | По семестрам |     |
|------------------------|-------|--------------|-----|
|                        |       | 1            | 2   |
| Аудиторные занятия     | 264   | 140          | 124 |
| в том числе: лекции    | 136   | 68           | 68  |
| практические           | 118   | 68           | 50  |
| лабораторные           | -     | -            | -   |
| Самостоятельная работа | 214   | 80           | 134 |
| Контроль               | 72    | 36           | 36  |
| Итого:                 | 540   | 252          | 288 |

### 13.1 Содержание разделов дисциплины:

| п/п              | Наименование раздела дисциплины           | Содержание раздела дисциплины                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *                                        |
|------------------|-------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Лекции</b> |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                     |
| 1                | Системы линейных уравнений (метод Гаусса) | Системы линейных уравнений и матрицы. Ступенчатые системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.                                                                                                                                                                                                                                                         | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9692">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9692</a> |
| 2                | Перестановки и подстановки                | Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции перестановки. Переход от одной перестановки к другой при помощи транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Подстановки. Четность подстановки. Число четных подстановок.                                                                                                                                                                                  |                                                                                                     |
| 3                | Определители                              | Определители матриц 2-го и 3-го порядка. Правило Крамера. Определители матриц n-го порядка. Свойства определителей. Свойства определителей, связанные с линейной комбинацией строк и транспонированием. Миноры k-го порядка. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке. Методы вычисления определителей. Правило Крамера решения систем n уравнений с n неизвестными. Другие подходы к построению теории определителей |                                                                                                     |
| 4                | Пространство $R^n$                        | Координатное векторное пространство $R^n$ . Линейная зависимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Подпространство. Базис подпространства.                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                     |
| 5                | Ранг матрицы                              | Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Нахождение ранга матрицы и базиса системы векторов при помощи элементарных преобразований. Дополнение линейно независимых систем векторов до базиса.                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                     |
| 6                | Системы линейных уравнений (ранг матрицы) | Критерии совместности системы линейных уравнений в терминах ранга матриц. Обобщение правила Крамера на системы m линейных уравнений с n неизвестными. Структура множества решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.                                                                                                                                                         |                                                                                                     |
| 7                | Действия с матрицами. Обратная матрица.   | Действия с матрицами. Определитель произведения матриц. Матричные уравнения. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Правило Крамера. Разложение матриц. Ранг суммы и произведения матриц.                                                                                                                                                                |                                                                                                     |
| 8                | Группы и гомоморфизмы                     | Алгебраические структуры. Виды алгебраических структур. Группы. Разрешимость уравнений в полугруппе. Изоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических структур. Свойства гомоморфизмов. Подгруппы. Конструирование                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                     |

|    |                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|----|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|    |                                     | подгрупп. Описание всех подгрупп группы $Z$ . Циклическая группа. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Факторгруппа. Теорема Кели.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 9  | Кольца                              | Кольцо. Типы колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Характеристика поля.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |
| 10 | Комплексные числа                   | Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме. Группа корней из единицы.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |
| 11 | Многочлены от одной переменной      | Кольцо многочленов от одной переменной. Функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена. Корни многочлена. Связь корней многочлена с делителями первой степени. Число корней многочлена над областью целостности. Совпадение подходов к понятию многочлена над бесконечной областью целостности. Кратность корня многочлена. Разложение на множители над областью целостности. Разложение многочлена по степеням двучлена $x - c$ . Производная многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании. Формула Тейлора. Многочлены над алгебраически замкнутыми полями. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Границы корней многочлена. Нахождение корней многочленов (формула Кардано, теорема Абеля и Галуа). Теоремы о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Деление многочлена на многочлен с остатком, наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые над полем множители. |  |
| 12 | Многочлены от нескольких переменных | Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |
| 13 | Векторные пространства              | Векторные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность конечномерных пространств одинаковой размерности. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов при изменении базиса. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма подпространств.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |
| 14 | Линейные отображения                | Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при переходе к другим базисам. Действия с линейными отображениями. Пространство линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения, их размерности. Линейные операторы. Обратный оператор, условие существования обратного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Инвариантные подпространства. Критерий диагонализруемости матрицы линейного оператора.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  |
| 15 | Жорданова форма оператора           | Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму циклических корневых подпространств. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |

|                                |                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                |                                              | оператора в комплексном и в вещественном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                  |
| 16                             | Билинейные и квадратичные формы              | Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы. Критерий Сильвестра. Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду. Билинейные и квадратичные формы на комплексном пространстве.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                  |
| 17                             | Евклидовы и унитарные пространства           | Евклидовы и унитарные векторные пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженный базис. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные и унитарные линейные операторы, канонический базис для них. Разложение невырожденного линейного оператора в произведение положительного и изометрического оператора. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям.                                                                |                                                                                                                                                                                                                  |
| 18                             | Аффинные пространства и аффинные отображения | Аффинные и аффинные евклидовы пространства. Системы координат. Плоскости в аффинном пространстве, способы их задания. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и определитель Грама. Аффинные отображения, их запись в координатах. Разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения евклидова пространства. Классификация движений. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. Невырожденные центральные квадрики. Канонические и цилиндрические квадрики. Асимптотические направления. Геометрические свойства главных осей эллипсоида. |                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>2. Практические занятия</b> |                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                  |
| 1                              | Системы линейных уравнений (метод Гаусса)    | Системы линейных уравнений и матрицы. Ступенчатые системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9692">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9692</a><br><br><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12135">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12135</a> |
| 2                              | Перестановки и подстановки                   | Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции перестановки. Переход от одной перестановки к другой при помощи транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Подстановки. Четность подстановки. Число четных подстановок.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                  |
| 3                              | Определители                                 | Определители матриц 2-го и 3-го порядка. Правило Крамера. Определители матриц n-го порядка. Свойства определителей. Свойства определителей, связанные с линейной комбинацией строк и транспонированием. Миноры k-го порядка. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке. Методы вычисления                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                  |

|    |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  |
|----|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|    |                                           | <p>определителей. Правило Крамера решения систем <math>n</math> уравнений с <math>n</math> неизвестными.</p> <p>Другие подходы к построению теории определителей</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |
| 4  | Пространство $R^n$                        | <p>Координатное векторное пространство <math>R^n</math>. Линейная зависимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Подпространство. Базис подпространства.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |
| 5  | Ранг матрицы                              | <p>Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Нахождение ранга матрицы и базиса системы векторов при помощи элементарных преобразований. Дополнение линейно независимых систем векторов до базиса.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |
| 6  | Системы линейных уравнений (ранг матрицы) | <p>Критерии совместности системы линейных уравнений в терминах ранга матриц. Обобщение правила Крамера на системы <math>m</math> линейных уравнений с <math>n</math> неизвестными. Структура множества решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |
| 7  | Действия с матрицами. Обратная матрица.   | <p>Действия с матрицами. Определитель произведения матриц. Матричные уравнения. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Правило Крамера. Разложение матриц. Ранг суммы и произведение матриц.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
| 8  | Группы и гомоморфизмы                     | <p>Алгебраические структуры. Виды алгебраических структур. Группы. Разрешимость уравнений в полугруппе. Изоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических структур. Свойства гомоморфизмов. Подгруппы. Конструирование подгрупп. Описание всех подгрупп группы <math>Z</math>. Циклическая группа. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Факторгруппа. Теорема Кели.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |
| 9  | Кольца                                    | <p>Кольцо. Типы колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Характеристика поля.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |
| 10 | Комплексные числа                         | <p>Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме. Группа корней из единицы.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
| 11 | Многочлены от одной переменной            | <p>Кольцо многочленов от одной переменной. Функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена. Корни многочлена. Связь корней многочлена с делителями первой степени. Число корней многочлена над областью целостности. Совпадение подходов к понятию многочлена над бесконечной областью целостности. Кратность корня многочлена. Разложение на множители над областью целостности. Разложение многочлена по степеням двучлена <math>x - c</math>. Производная многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании. Формула Тейлора. Многочлена над алгебраически замкнутыми полями. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Границы корней многочлена. Нахождение корней многочленов (формула Кардано, теорема Абеля и Галуа). Теоремы о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Деление многочлена на многочлен с остатком, наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые над полем множители.</p> |  |
| 12 | Многочлены от нескольких                  | <p>Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема теории</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |

|    |                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |
|----|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|    | переменных                                   | симметрических многочленов.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |
| 13 | Векторные пространства                       | Векторные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность конечномерных пространств одинаковой размерности. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов при изменении базиса. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма подпространств.                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |
| 14 | Линейные отображения                         | Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при переходе к другим базисам. Действия с линейными отображениями. Пространство линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения, их размерности. Линейные операторы. Обратный оператор, условие существования обратного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Инвариантные подпространства. Критерий диагонализруемости матрицы линейного оператора.                                                                                                                                                                                                                                     |  |
| 15 | Жорданова форма оператора                    | Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму циклических корневых подпространств. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном и в вещественном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |
| 16 | Билинейные и квадратичные формы              | Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы. Критерий Сильвестра. Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду. Билинейные и квадратичные формы на комплексном пространстве.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |
| 17 | Евклидовы и унитарные пространства           | Евклидовы и унитарные векторные пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженный базис. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные и унитарные линейные операторы, канонический базис для них. Разложение невырожденного линейного оператора в произведение положительного и изометрического оператора. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям. |  |
| 18 | Аффинные пространства и аффинные отображения | Аффинные и аффинные евклидовы пространства. Системы координат. Плоскости в аффинном пространстве, способы их задания. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и определитель Грама. Аффинные отображения, их запись в координатах. Разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |
|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  |  | Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения евклидова пространства. Классификация движений. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. Невырожденные центральные квадрики. Канонические и цилиндрические квадрики. Асимптотические направления. Геометрические свойства главных осей эллипсоида. |  |
|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

### 13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины               | Виды занятий (часов) |              |              |                        |       |
|-------|-----------------------------------------------|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
|       |                                               | Лекции               | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 1     | Системы линейных уравнений                    | 8                    | 8            |              | 12                     | 28    |
| 2     | Перестановки и подстановки                    | 2                    | 2            |              | 6                      | 10    |
| 3     | Определители                                  | 10                   | 10           |              | 20                     | 40    |
| 4     | Пространство $R^n$                            | 4                    | 4            |              | 6                      | 12    |
| 5     | Ранг матрицы                                  | 4                    | 4            |              | 6                      | 12    |
| 6     | Системы линейных уравнений (ранг матрицы)     | 4                    | 4            |              | 6                      | 12    |
| 7     | Действия с матрицами. Обратная матрица.       | 8                    | 8            |              | 10                     | 26    |
| 8     | Группы и гомоморфизмы.                        | 10                   | 6            |              | 10                     | 26    |
| 9     | Кольца.                                       | 4                    | 4            |              | 4                      | 12    |
| 10    | Комплексные числа                             | 4                    | 6            |              | 8                      | 18    |
| 11    | Многочлены от одной переменной                | 12                   | 10           |              | 10                     | 32    |
| 12    | Многочлены от нескольких переменных.          | 2                    | 2            |              | 8                      | 12    |
| 13    | Векторные пространства.                       | 14                   | 10           |              | 26                     | 50    |
| 14    | Линейные отображения.                         | 14                   | 8            |              | 24                     | 46    |
| 15    | Жорданова форма оператора.                    | 8                    | 4            |              | 10                     | 22    |
| 16    | Билинейные и квадратичные формы.              | 10                   | 10           |              | 18                     | 38    |
| 17    | Евклидовы и унитарные пространства.           | 10                   | 16           |              | 18                     | 44    |
| 18    | Аффинные пространства и аффинные отображения. | 8                    | 2            |              | 12                     | 22    |
|       | Экзамен                                       |                      |              |              |                        | 36    |
|       | Итого                                         | 136                  | 118          |              | 214                    | 540   |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 80 часов в первом семестре, 134 часа во втором семестре. Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Алгебра» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам практических занятий, самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольной работе и выполнению практических заданий). На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Алгебра» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Вопросы аудиторных занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к зачету и экзамену.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (зачёта и экзамена). Для понимания и качественного усвоения предмета рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937).

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

| № п/п | Источник                                                                                                                          |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2009.-Ч.1. Основы алгебры. – 271 с.   |
| 2     | Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2009.-Ч.2. Линейная алгебра. – 367 с. |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник                                                                                                                                                                                                            |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3     | Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для студентов вузов, обуч. по специальностям "Математика", "Прикладная математика"/ А.Г.Курош.-СПб.: Лань, 2004. – 431 с.                                                     |
| 4     | Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов/ Д.К.Фаддеев.-СПб.:Лань, 2004.– 415 с.                                                                                                                      |
| 5     | Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2000.-Ч.3. Основные структуры алгебры. – 272 с.                                                                         |
| 6     | Боревич З. И. Определители и матрицы : учебное пособие / З.И. Боревич .— Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2004 .— 183, [1] с.                                                                                 |
| 7     | Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петровчи, Н.А.Чубаров.-М.: Наука, 1987.- 494 с.                               |
| 8     | Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.                                         |
| 9     | Ильин В. А. Линейная алгебра : учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк .— Изд. 6-е, стер.— М. : Физматлит, 2004.— 278 с.                          |
| 10    | Федорчук В. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебное пособие для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / В. В. Федорчук .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2001 .— 327, [1] с.           |
| 11    | Постников М. М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия : Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979 .— 311,[1]с. |
| 12    | Постников М. М.Линейная алгебра : Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1986 .— 400 с.                                  |
| 13    | Шилов Г. Е.Математический анализ : Конечномерные линейные пространства: Учеб. пособие для студ.ун-тов .— М. : Наука: Физматлит, 1969 .— 432 с.                                                                      |
| 14    | Головина Л. И.Линейная алгебра и некоторые ее приложения : учебное пособие для студ. втузов / Л.И. Головина .— М. : Наука, 1985 .— 392 с.                                                                           |
| 15    | Ефимов Н. В.Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н. В. Ефимов, Э. Р. Розендорн .— 3-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2004 .— 463, [1] с.                                                                       |
| 16    | Халмош П.. Конечномерные векторные пространства / П. Халмош ; пер. с англ. Д.Ф. Борисова,                                                                                                                           |

|    |                                                                                                                                                                             |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | Д.А. Райкова .— М. : Физматлит, 1963 .— 262, [1] с.                                                                                                                         |
| 17 | Сборник задач по алгебре / В.А. Артамонов, Ю.А. Бахтурин, Э.Б. Винбер ; под ред. А.И. Кострикина .— 3-е изд., испр. и доп. — М. : Физматлит, 2001 .— 463 с.                 |
| 18 | Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре : учебное пособие / Х.Д. Икрамов ; под ред. В.В. Воеводина .— Изд. 2-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2006 .— 319 с.      |
| 19 | Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с. |
| 20 | Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре: учеб. пособие для студентов вузов, обуч. по мат. специальностям/ Д.К.Фаддеев, И.С.Соминский.-СПб.: Лань, 2004.-287 с.                |

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

| № п/п | Источник                                                                                                |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 21    | <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ                 |
| 22    | ЭБС «Университетская библиотека онлайн»                                                                 |
| 23    | <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> – Сайт факультета |

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

| № п/п | Источник                                                                                                                                                                              |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для студентов вузов, обуч. по специальностям «Математика», «Прикладная математика»/ А.Г.Курош.-СПб.: Лань, 2004. – 431 с.                       |
| 2     | Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов/ Д.К.Фаддеев.-СПб.:Лань, 2004.– 415 с.                                                                                        |
| 3     | Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2000.-Ч.3. Основные структуры алгебры. – 272 с.                                           |
| 4     | Боревич З. И. Определители и матрицы : учебное пособие / З.И. Боревич .— Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2004 .— 183, [1] с.                                                   |
| 5     | Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петровчи, Н.А.Чубаров.-М.: Наука, 1987.- 494 с. |
| 6     | Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.           |
| 7     | Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете                                                                                |

## 17. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»

(<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9692>, <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12135>)

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

## 19. Фонд оценочных средств:

### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства |
|-------|------------------------------------------|----------------|-------------------------------------|--------------------|
|-------|------------------------------------------|----------------|-------------------------------------|--------------------|

|                                                                                                                |                                              |       |                           |                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|-------|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                                                                                              | Системы линейных уравнений (метод Гаусса)    | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 2                                                                                                              | Перестановки и подстановки                   | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 3                                                                                                              | Определители                                 | ОПК-1 | ОПК-1.2, ОПК-1.3          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 4                                                                                                              | Пространство $R^n$                           | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3 | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 5                                                                                                              | Ранг матрицы                                 | ОПК-1 | ОПК-1.1                   | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 6                                                                                                              | Системы линейных уравнений (ранг матрицы)    | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 7                                                                                                              | Действия с матрицами. Обратная матрица.      | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 8                                                                                                              | Группы и гомоморфизмы.                       | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 9                                                                                                              | Кольца.                                      | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 10                                                                                                             | Комплексные числа                            | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 11                                                                                                             | Многочлены от одной переменной               | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 12                                                                                                             | Многочлены от нескольких переменных          | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 13                                                                                                             | Векторные пространства                       | ОПК-1 | ОПК-1.2, ОПК-1.3          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 14                                                                                                             | Линейные отображения                         | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3 | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 15                                                                                                             | Жорданова форма оператора                    | ОПК-1 | ОПК-1.1                   | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 16                                                                                                             | Билинейные и квадратичные формы              | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 17                                                                                                             | Евклидовы и унитарные пространства           | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| 18                                                                                                             | Аффинные пространства и аффинные отображения | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2          | Домашние задания, контрольная работа                                                    |
| Промежуточная аттестация<br>Форма контроля – зачёт<br><br>Промежуточная аттестация<br>Форма контроля - экзамен |                                              |       |                           | Зачет выставляется при успешной сдаче контрольных работ<br>Перечень вопросов к экзамену |

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

##### По теме 1. Системы линейных уравнений (метод Гаусса)

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 75, 85, 578, 580, 714, 713, 697, 574, 713, 719, 720, 727, 729, 726

##### По теме 2. Перестановки и подстановки

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 124, 126, 128, 131, 137, 154, 156, 165, 167

##### По теме 3 Определители

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.  
Задания №№ 190, 198, 205, 214, 236, 239, 255, 261, 265, 266, 272, 269, 283, 292, 300 426-430, 432-436, 446, 448, 450.

По теме 4. Пространство  $R^n$

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.  
Задания №№ 726-732

По теме 5. Ранг матрицы

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.  
Задания №№ 609, 611, 613, 620, 622

По теме 6. Системы линейных уравнений (ранг матрицы)

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.  
Задания №№ 556, 559, 561, 563, 570, 572, 573, 586, 638, 643, 802, 805, 823, 825, 828, 838, 841, 843, 845

По теме 7. Действия с матрицами. Обратная матрица

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.  
Задания №№ 789, 791, 793- 795, 798, 800, 802, 805, 807, 809, 823-825, 828, 829, 837-839, 841-844, 862, 863, 865, 868, 870, 871

По теме 8. Группы и гомоморфизмы

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.  
Задания №№ 1634 (под пунктами 2-4, 6-10, 12-19, 21-25), 1635, 1636, 1640, 1641, 1642.

По теме 9. Кольца

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.  
Задания №№ 1709, 1712, 1716, 1720, 1724, 1726, 1728, 1734, 1746, 1756, 1757

По теме 10 Комплексные числа

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.  
Задания №№ 102, 104, 105 (b,c), 107 (b,c), 108 (b,c), 109 (b), 112 (b,d,f,h,j), 113 (b,c), 115 (b), 119 (b,c,e,g,i,j), 121, 123, 124, 136 (b,c), 137 (b,d), 143 (b,d,e), 145 (b,c), 146 (b,c).

По теме 11 Многочлены от одной переменной

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.  
Задания №№ 546 (b), 548, 549 (b,d), 550 (b), 551 (b,d,e), 553 (b), 554 (b), 555 (b), 577 (b,d,f,h,j,k,l), 578 (b,d,e,f), 579 (b,d,e,f), 585 (b,c,d,e).

По теме 12 Многочлены от нескольких переменных

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.  
Задания №№ 590 (b,c), 593(b,c), 600, 602, 604, 606, 624 (b,d,f,h,j), 625 (b,d,f), 626 (b,c,d).

По теме 13 Векторные пространства

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.  
Задания №№ 642, 643, 644, 647, 649, 674, 676, 680, 681, 1279, 1280, 1281, 1284, 1287, 1290-1293, 1297, 1301, 1302, 1310-1313, 1317, 1320-1322, 1324, 1328

По теме 14 Линейные отображения

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.

Задания №№ 1434-1446, 1448, 1449, 1450, 1452, 1453, 1454, 1457, 1458, 1489, 1490, 1465-1474, 1479-1483, 1496, 1497, 1499

По теме 15 Жорданова форма оператора

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В.

Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1530-1535, 1090, 1095, 1098, 1096, 1106, 1107.

По теме 16 Билинейные и квадратичные формы

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В.

Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1361-1363, 1357-1360, 1370-1372, 1402, 1403

По теме 17 Евклидовы и унитарные пространства

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В.

Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1366, 1367, 1402, 1403

По теме 18 Аффинные пространства и аффинные отображения

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В.

Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1175-1189, 1248-1262

**Перечень вопросов к зачету:** оценка знаний при проведении зачета ведется с учетом результата работы в ходе семестра, результатом выполнения контрольных работ.

## Примерный перечень задач для контрольной работы №1:

### Вариант 1

1. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

2. Найти ФСР

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$$

3. Следующую систему уравнений решить по правилу Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

4. Пользуясь теоремой Лапласа, вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 6 & 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить определитель

$$A = \begin{pmatrix} x & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & x & a_2 & \dots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & a_2 & x & \dots & a_{n-1} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & x & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n & 1 \end{pmatrix}$$

## Примерный перечень задач для контрольной работы №2:

### Вариант 1

1. В пространстве  $\mathbb{R}^3$  действуют операторы  $\Phi$  и  $\Psi$  по правилам

$$\Phi x = \Phi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 + x_2, x_2), \quad x = (x_1, x_2, x_3),$$

$$\Psi x = \Psi(x_1, x_2, x_3) = (x_3, x_2 + x_3, x_1 + x_2 + x_3), \quad x = (x_1, x_2, x_3).$$

Найти операторы  $\Phi + \Psi$ ,  $\Phi - \Psi$ ,  $\Phi\Psi$ ,  $\Psi\Phi$ .

2. В пространстве  $\mathbb{R}^3$  действует линейный оператор  $\varphi$  по правилу  $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2, x_1 + 2x_2 + x_3, x_1 + x_3)$ . Найти его ядро и образ.
3. В пространстве  $\mathbb{R}^3$  действует линейный оператор  $\Phi$  по правилу  $\Phi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 + x_3, x_1 + 3x_2 + 2x_3, 2x_1 + 5x_2 + 4x_3)$ . Найти оператор  $\Phi^{-1}$ .

### Примерный перечень задач для контрольной работы №3:

#### Вариант 1

1. Найти системы линейных уравнений, задающие линейные подпространства, натянутые на следующие системы векторов:

$$a_1 = (1, -1, 1, 0), a_2 = (1, 1, 0, 1), a_3 = (2, 0, 1, 1).$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей:

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на данную систему векторов:  $(2, 1, 3, -1)$ ,  $(7, 4, 3, -3)$ ,  $(1, 1, -6, 0)$ ,  $(5, 7, 7, 8)$ .

---

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ

профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных работ.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий можно пользоваться любой литературой, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

#### **Критерии оценки компетенций (результатов обучения) при текущей аттестации (контрольной работе):**

– оценка «отлично» выставляется, если не менее чем на четыре пятых всех заданий контрольной работы даны правильные, полные и глубокие ответы, раскрывающие уверенное знание студентом понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; высокую сформированность у него аналитико-синтетических операций и их успешное применение при изложении изучаемого материала;

– оценка «хорошо» выставляется, если не менее чем на две трети всех заданий контрольной работы даны правильные, полные и глубокие ответы, раскрывающие достаточное знание студентом понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; хорошую сформированность у него аналитико-синтетических операций и в целом их адекватное применение при изложении изучаемого материала;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если правильно выполнено не менее половины всех заданий контрольной работы, при этом допускается недостаточная полнота и глубина ответов, в которых студентом продемонстрирован необходимый минимум знаний понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; слабая сформированность у него аналитико-синтетических операций, затруднения в их применении при изложении изучаемого материала;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется, если с минимально необходимым уровнем решения выполнено менее половины всех заданий контрольной работы, ответы демонстрируют незнание или поверхностное знание студентов понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; несформированность у него аналитико-синтетических операций.

#### **Количественная шкала оценок:**

– оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 80% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критерию оценки «отлично»;

– оценка «хорошо» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 66% и не более 79% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «хорошо»;

- оценка «удовлетворительно» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 50% и не более 65% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «удовлетворительно»;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если безошибочно выполнено менее 50% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «неудовлетворительно».

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра» проводится в форме зачета и экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачета учитываются результаты контрольной работы. Для получения оценки «зачтено» на зачете у обучающегося должны иметься или оценки «зачтено» по контрольным работам или студент должен решить соответствующие задачи в ходе проведения зачета. Контрольная работа – по 10 баллов за каждую правильно решенную задачу контрольной работы. При получении не менее половины баллов выставляется оценка «зачтено».

| Критерии оценивания компетенций                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Шкала оценок |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| «Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание. Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение контрольных работ, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях. | «зачтено»    |
| «Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с заданиями билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | «Не зачтено» |

При проведении экзамена обучающийся должен ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

Примерный перечень вопросов:

### Семестр 1

|   |                                                                     |
|---|---------------------------------------------------------------------|
| 1 | Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.                           |
| 2 | Постановки и подстановки                                            |
| 3 | Матрицы                                                             |
| 4 | Определители. Правила Крамера. Определитель матрицы n-ого порядка   |
| 5 | Матрицы k-ого порядка. Теорема Лапласа                              |
| 6 | Правила Крамера                                                     |
| 7 | Пространство $R^n$ . Ранг матрицы. Правило вычисления ранга матрицы |
| 8 | Системы линейных уравнений                                          |
| 9 | Структура множества решений системы линейных уравнений              |

|    |                                                                                                                             |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 10 | Действия с матрицами. Обратная матрица                                                                                      |
| 11 | Билинейные формы. Выражение билинейной формы в координатах. Матрица билинейной формы                                        |
| 12 | Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду |
| 13 | Закон инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сльвестра                           |

## Семестр 2

|    |                                                                                                                                |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | Линейные пространства.                                                                                                         |
| 2  | Линейная зависимость и независимость векторов                                                                                  |
| 3  | Базис, координаты, размерность пространства                                                                                    |
| 4  | Изоморфизм линейных пространств                                                                                                |
| 5  | Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при изменении базиса                             |
| 6  | Подпространства линейного пространства                                                                                         |
| 7  | Сумма и пересечение подпространств                                                                                             |
| 8  | Прямая сумма подпространств                                                                                                    |
| 9  | Линейные операторы                                                                                                             |
| 10 | Матрица линейного оператора                                                                                                    |
| 11 | Действия с линейными операторами                                                                                               |
| 12 | Аннулирующие многочлены                                                                                                        |
| 13 | Обратный оператор                                                                                                              |
| 14 | Линейный оператор, действующий из $R^n$ в $R^n$                                                                                |
| 15 | Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект оператора                                                                      |
| 16 | Собственные векторы и собственные значения линейного оператора                                                                 |
| 17 | Теорема Гамильтона-Кэли                                                                                                        |
| 18 | Инвариантные подпространства                                                                                                   |
| 19 | Жорданова Форма матрицы линейного оператора                                                                                    |
| 20 | Евклидово и унитарное пространства. Длина вектора, угол между векторами, ортогональность. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца |
| 21 | Ортонормированный базис. Процесс ортогональности                                                                               |
| 22 | Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство                                              |
| 23 | Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств                                                                                  |
| 24 | Сопряженное пространство. Сопряженный базис                                                                                    |
| 25 | Сопряженный оператор, его свойства                                                                                             |
| 26 | Самосопряженный оператор, его структура                                                                                        |
| 27 | Изометрический оператор, его структура                                                                                         |
| 28 | Структура линейных операторов в евклидовых и унитарных пространствах                                                           |

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умения применять знания в профессиональной сфере;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

| Критерии оценивания компетенций                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|---------------------|
| Полное соответствие обучающимся всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала.<br>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса, студент умеет работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представляет свои результаты, правильно отвечает на вопросы КИМ | Повышенный уровень                   | Отлично             |
| Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных выше показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.<br>ИЛИ<br>Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей (либо двум к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу контрольно-измерительного материала) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.                                                         | Базовый уровень                      | Хорошо              |
| Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.<br>ИЛИ<br>Несоответствие ответа обучающегося любым трем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).                                                                                                                                                                                                       | Пороговый уровень                    | Удовлетворительно   |
| Несоответствие ответа обучающегося любым из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | –                                    | Неудовлетворительно |

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

№1. Пусть  $x_1, \dots, x_n$  – векторы линейного пространства  $R$  над полем  $F$ . Выражение вида  $\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n$ ,  $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in F$  называется

- а) **линейной комбинацией;**
- б) аксиомой коммутативности;
- в) нелинейной комбинацией.

№2 Если среди коэффициентов линейной комбинации есть ненулевые, то такую линейную комбинацию называют

- а) **нетривиальной;**
- б) тривиальной.

№3 Если среди коэффициентов линейной комбинации нет ненулевых коэффициентов, то такую линейную комбинацию называют

- а) **тривиальной;**
- б) нетривиальной.

№4 Линейный оператор  $A : R \rightarrow R$  называется обратимым, если существует линейный оператор  $B : R \rightarrow R$  такой, что...

- а)  $AB = BA = I$ ;
- б)  $AB = BA = A$ .

№5 Базис  $e_1, \dots, e_n$  евклидова или унитарного пространства называется ортогональным при  $i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ , если

- а)  $(e_i, e_j) = 0$ ;
- б)  $(e_i, e_j) \neq 0$ .

№6 Является ли арифметическое пространство  $\mathbb{R}^n$ , т.е. множество упорядоченных наборов  $n$  вещественных чисел с операциями сложения и умножения на вещественные числа линейным пространством?

да.

№7 Посчитайте определитель диагональной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

90

№8 Ранг матрицы  $A$  равен

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3

№9 Даны два вектора  $\bar{k} = (-2, 4)$ ,  $\bar{m} = (1, -2)$ . Является ли данная система векторов линейно независимой?

да

№10 Образуют ли базис следующие вектора:  $\bar{k} = (3, 7)$ ,  $\bar{m} = (-6, 14)$

да

---

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 18.03.2025 г.